1. El costo variable de fabricar juntas para tuberías es de 1’5 € por unidad y los costos fijos por día son de 30 €.

a. Escribe la fórmula de costo total.

b. ¿Cuánto cuesta fabricar 25 juntas de tuberías por día?

c. ¿A partir de cuántas unidades el costo supera los 100 €?

d. Construye la gráfica asociada al costo total.

2. El costo de fabricar 10 bolsas de cartón al día es de 2’20 €, mientras que fabricar 20 bolsas del mismo tipo cuesta 3’80 €. Suponiendo que se trate de un modelo de costo lineal, determine la fórmula correspondiente a producir x bolsas de papel en el día y construya su gráfica.

3. Un ciclista sale de un lugar, a las 9 de la mañana, a una velocidad de 20km/h. A los 30 minutos un amigo suyo sale a su encuentro a 25km/h. Se pide:

a. Dibuja en unos ejes coordenados las gráficas que representan estas situaciones

b. ¿A qué hora le alcanza? ¿que espacio ha recorrido?

La teoría económica del mercado de competencia perfecta se basa en los siguientes sucesos:

- La demanda de un producto por parte de los compradores está en función de su precio: es mayor conforme el precio de este producto disminuye y menor conforme el precio aumenta.
- La oferta de un producto por parte de los vendedores está en función de su precio: es mayor conforme el precio de este producto aumenta y menor conforme el precio disminuye.
- El precio de equilibrio de un producto en el mercado es aquel que hace que la oferta y la demanda sean iguales.

4. Considera las funciones de oferta $C_o(p) = -p + 5$ y demanda $C_d(p) = 3p - 3$, donde el precio está expresado en unidades monetarias, y las cantidades demandadas y ofertadas en miles de unidades del producto.
Representa en unos mismos ejes coordenados ambas funciones, justifica si representan adecuadamente el fenómeno oferta-demanda y halla el precio de equilibrio.

5. Considera las funciones de oferta $C_o(p) = p^2 - 1$ y demanda $C_d(p) = -p^2 + 7$, donde el precio está expresado en unidades monetarias, y las cantidades demandadas y ofertadas en miles de unidades del producto.
Representa en unos mismos ejes coordenados ambas funciones, justifica si representan adecuadamente el fenómeno oferta-demanda y halla el precio de equilibrio.

6. Cierta entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, R(x), viene dada en función de la cantidad que se invierta x, por medio de la siguiente expresión:

$R(x)= -0{,}001x^2+0{,}5x+2{,}5$

a. Deducir razonadamente la cantidad de dinero que le conviene invertir a un cliente en dicho plan .

b. ¿Qué cantidad obtendría?

7. La velocidad (en m/sg) que alcanza cierto atleta en una carrera de 200 metros viene dado en función del espacio recorrido, x, por la siguiente expresión:

f(x) =-0´00055 x (x-300)

¿Qué distancia ha recorrido el atleta cuando alcanza su velocidad máxima?¿cuál es ésta velocidad?

8. Un viajero llega tarde a la estación y el tren ya ha salido. Indica si el viajero alcanza el tren y, en este último caso, el momento del encuentro, si las ecuaciones de las trayectorias del viajero y del tren son:

Tren: $E = \frac{1}{4'8} t^2$ Viajero: $E = 60(t - 10)$

9. El coste de producción de x unidades diarias de un determinado artículo es $\frac{1}{4}x^2+35x+25$ y el precio de venta de uno de ellos es $\left(50-\frac{x}{4}\right)$ €. Halla el número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.

10. El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función:

$$f(t)=-4t^2+60t-15 \qquad 1\le t\le 8$$

a. ¿Cuál será el valor de las existencias para t=2? ¿Y para t=4?
b. ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?
c. ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 millones de euros?

11. Lanzamos verticalmente un cohete. La altura y (en metros) a la que se encuentra en cada instante x (en segundos) viene determinada por la función: $y=-5x^2+500x$. Se pide:

a. Dibuja la gráfica de la función
b. Indica cuál es su dominio
c. ¿Cuánto tiempo pasará para que alcance su altura máxima? ¿Cuál será esa altura máxima?
d. ¿En qué intervalo de tiempo estará a una altura mayor de 4.500 metros?

12. El beneficio obtenido por la producción y venta de *x* kilogramos de un artículo viene dado por la función:

$$B(x)=-0'01x^2+3'6x-180$$

a. Representa gráficamente esta función.
b. Determina el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.
c. Determina cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

13. Una población de insectos crece de acuerdo con la siguiente ley: $y=1+2e^x$, donde *y* representa el número de insectos expresado en miles y *x* es el tiempo transcurrido expresado en meses. ¿En cuánto tiempo se duplica la población?

14. Calcula el valor actual de una vivienda que fue adquirida hace 5 años al precio de 60000 €, si se considera que ha tenido una revalorización continua del 5% anual.

15. Si se considera que el índice de abandono o fracaso en los distintos cursos de una carrera universitaria es del 15%, de una promoción en la que comenzaron 250 alumnos, ¿cuántos alumnos acabarán, sin perder curso, una carrera de 3 años? ¿Y si la carrera dura 5 años?

Las inversiones de capital a interés compuesto vienen dadas por la expresión:

$$C(t)=C_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

C(t): Capital acumulado al cabo de *t* años
C_0: Capital inicial
r: Rédito o tanto por uno de interés anual
n: Número de períodos de capitalización durante un año (si los intereses se acumulan al capital anualmente, n=1; si se acumulan cada trimestre, n=4; etc.)

16. Una persona que tiene ahorrados 30000 € quiere tenerlos en el banco durante tres años. Tiene ofertas de tres entidades distintas. En la primera le ofrecen un 7’5% anual, con un solo abono de intereses a final de cada año; en la segunda, un 7’25% anual, con abono de intereses trimestral, y en la tercera, un 7%, con interés continuo.

a. ¿En cuál de las tres entidades resulta más ventajoso colocar el dinero?
b. ¿Y si las tres entidades le ofrecen un interés del 7%?

17. Algunos tipos de bacterias tienen un crecimiento de sus poblaciones muy rápido. La escherichia coli puede duplicar su población cada 15 minutos. Si se hace un cultivo en el que inicialmente hay 5.000 bacterias de este tipo, ¿cuántas habrá al cabo de cuatro horas?

18. Una persona que tiene depositada en una caja de ahorros 18000 € a una tasa del 8'5% de interés compuesto anual, quiere obtener 24000 €. ¿Cuánto tiempo debe mantener los 18000 € en la caja de ahorros?

19. Antonio ha comprado un coche que le ha costado 19500 €. El coche se deprecia un 20% cada año. Al cabo de un tiempo decide venderlo y le dan 5200 € . ¿Cuántos años han pasado?

Una técnica utilizada para fechar los restos procedentes de organismos vivos es la llamada **prueba del carbono 14.**

Esta prueba se basa en que, en el momento de la muerte, el carbono 14, ${}^{14}_{6}C$, presente en aquel organismo vivo, comienza a desintegrarse según la expresión:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$N(t)$: Número de átomos del ${}^{14}_{6}C$ en el instante t, medido en segundos

N_0: Número de átomos del ${}^{14}_{6}C$ en el instante de la muerte (t = 0 s)

λ: Constante de desintegración, que para el ${}^{14}_{6}C$ vale $3'8359 \cdot 10^{-12}$ s^{-1}

20. ¿Cuál es la edad de unos restos humanos en los que se sabe que se ha desintegrado la mitad de los átomos de ${}^{14}_{6}C$ presentes en el momento de la muerte?

21. Tenemos una muestra de 40 mg de un elemento radiactivo cuya constante de desintegración es $1'0697 \cdot 10^{-6}$ s^{-1}.Halla la cantidad que había hace un mes y la cantidad que habrá dentro de un mes.

22. Un virus se reproduce por división transversal: en 2 horas cada virus se divide en tres. En el día 0 se ha contado un millón de virus de ese tipo y se estudia la evolución de esta población en función del tiempo.

- **a.** Encontrar la expresión de la población en función del tiempo, en horas.
- **b.** ¿Cuál es el efectivo de la población en la primera hora?
- **c.** ¿Cuánto tiempo tardará en doblarse? ¿Y en multiplicarse por 10?

23. Supongamos que la función que da el crecimiento de la población mundial desde el año 1960, se ajusta a $P(t) = \dfrac{36000}{1+11e^{-0'02123t}}$, siendo t los años transcurridos desde 1960 y P(t) la población en millones de habitantes.

- **a.** ¿Cuál sería la población mundial en el año 2000?
- **b.** ¿En qué año la población será de 5.000 millones de habitantes?
- **c.** Según esta función, P(t), ¿cuál es la población límite del planeta?

24. En el Mercado de ocasión del coche usado nos venden un coche por 1800 €. La empresa tiene una entidad financiera, la cual cobra un 8% anual. ¿Cuál debe ser la amortización mensual para saldar la deuda en 2 años?

Para describir los efectos de un terremoto se utiliza la escala de Richter. Según esta escala, la magnitud M de un terremoto viene dada por la expresión:

$$M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

E: Energía liberada por el terremoto (J)

E_0: Constante de valor $2'5 \cdot 10^4$ J

25. Calcula la energía liberada en el terremoto de San Francisco del año 1906 si su magnitud fue de 8’25 en la escala de Richter.

26. Calcula la energía liberada en el terremoto de Alaska del año 1964 si su magnitud fue de 8’5 en la escala de Richter.

27. ¿Cuál sería la magnitud de medida en la escala de Richter de un ligerísimo temblor de tierra en el que se liberara una energía de 8·105 J?

28. ¿Cuántas veces es mayor la energía de un terremoto de magnitud 7 que otro de magnitud 5?

29. Si la energía de un terremoto fue 100 veces superior a otro terremoto de magnitud 4’3 en la escala de Richter, ¿cuál fue la magnitud en la escala de Richter del primer terremoto? ¿Y si hubiese sido 1.000 veces superior?

30. Las tomas de corrientes domésticas ofrecen una tensión eléctrica, medida en voltios (V), que varía en el tiempo, medido en segundos (s), de la forma siguiente: $v(t) = 220\sqrt{2}sen\left(2\pi \cdot 50t\right)$.

- **a.** Indica el periodo de la función v
- **b.** Halla el primer instante (t > 0) en que la tensión alcanza un máximo e indica su valor.

31. A una fábrica llegan tres fases de corriente eléctrica. La tensión de una de ellas, medida en voltios, en función del tiempo, medido en segundos viene dada por:

$$v(t) = 220\sqrt{2}sen\left[2\pi(50t - \frac{1}{3})\right].$$

Halla en qué momentos (t > 0) la tensión alcanza un máximo e indica su valor.

32. Un modelo de la evolución en el tiempo de dos poblaciones de animales (conejos y linces) en un ecosistema viene dado por las funciones:

$$p_c(t) = 45 + 35\cos\left(2\pi \cdot \frac{1}{12}t\right)$$

$$p_L(t) = 17 + 15\cos\left(2\pi \cdot \frac{1}{12}t - 1\right)$$

$p_c(t)$: Población de conejos (en miles)

$p_L(t)$: Población de linces (en miles)

t: Tiempo (en años)

Representa ambas funciones en unos mismos ejes coordenados y halla sobre la gráfica:

- **a.** El periodo de $p_c(t)$ y $p_L(t)$.
- **b.** Los valores máximos y mínimos de $p_c(t)$.
- **c.** Los valores máximos y mínimos de $p_L(t)$.

33. Tiramos de una masa sujeta un muelle sobre una superficie sin rozamiento y, al soltarla, vemos que oscila con un movimiento vibratorio.

La distancia que separa la masa de su posición de equilibrio en cada instante viene dada por la expresión siguiente: $x(t) = 2\cos\left(2\pi \cdot \frac{1}{3}t\right)$

El tiempo, *t*, se mide en segundos y la desviación desde la posición de equilibrio, *x(t)*, se mide en metros.

- **a.** Halla el periodo de esta función, que corresponde al tiempo que tarda la masa en efectuar una oscilación completa.
- **b.** Indica la distancia máxima que separa a la masa de su posición de equilibrio.
- **c.** Halla el tiempo máximo necesario para que la masa pase por los puntos x = 0’5 m y x = -2 m.