

## Problemas de sucesiones

La suma del 3º y 4º términos de una progresión aritmética de 12, y el 6º término es 1. Forma la progresión.

$$\left. \begin{array}{l} a_3 + a_4 = 12 \\ a_6 = 1 \end{array} \right\} a_n = -2n + 13$$

En una progresión aritmética, la suma del 1º y 9º es 6. El 11º excede al 8º en 2. Halla la diferencia.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + a_9 = 6 \\ a_{11} = a_1 + 2 \end{array} \right\} \text{La diferencia es } 2/3$$

En una progresión aritmética, el 1º y 2º suman -51, y el 3 y 4º suman 9. Forma la progresión.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + a_2 = -51 \\ a_3 + a_4 = 9 \end{array} \right\} a_n = 15n - 48$$

La suma de los tres números en progresión aritmética es 12 y su producto es 63. Averigua esos tres números.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Número 1: } x - d \\ \text{Número 2: } x \\ \text{Número 3: } x + d \end{array} \right\} \text{Los números son } 9/2, 4 \text{ y } 7/2$$

La suma de tres números en progresión aritmética es 18 y su producto es 162. Calcula esos números.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Número 1: } x - d \\ \text{Número 2: } x \\ \text{Número 3: } x + d \end{array} \right\} \text{ Los números son 3, 6 y 9}$$

Las edades de 4 hermanos forman una progresión aritmética, cuya suma es de 32 años. El mayor tiene 6 años más que el menor. Averigua los años de los cuatro hermanos.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Hermano 1: } x - d \\ \text{Hermano 2: } x \\ \text{Hermano 3: } x + d \\ \text{Hermano 4: } x + 2d \end{array} \right\} \text{ La edades de los hermanos son 5, 7, 9 y 11 años}$$

Tres números que están en progresión aritmética suman 9, y la suma de sus cuadrados es de 35. Halla los tres números.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Número 1: } x - d \\ \text{Número 2: } x \\ \text{Número 3: } x + d \end{array} \right\} \text{ Los números son 1, 3 y 5}$$

En una progresión aritmética cuyo primer término es 3, el 9º es al cuarto como el 16º al 7º. Forma la progresión.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 3 \\ \frac{a_9}{a_4} = \frac{a_{16}}{a_7} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Hay 2 soluciones:} \\ a_n = 3 \\ a_n = 4n - 1 \end{array}$$

Calcula los términos 5° y 6° de una progresión aritmética en la que el 8° es el cuádruple del primero, y la suma de los 8 términos es 140.

$a_8 = 4 a_1$ $S_8 = 140$	}	Los términos son: $a_5 = 19$ $a_6 = 22$
------------------------------	---	---

La suma de los cuatro primeros términos de la progresión aritmética es 14, y la de sus cuadrados es 54. Determina la progresión.

Número 1: $x - d$ Número 2: $x$ Número 3: $x + d$ Número 4: $x + 2d$	}	Hay 2 soluciones: $-7, 0, 7, 14$ $1^2, 2^2, 4^2$ y $5^2$
---	---	--

La suma de los términos 3° y 5° de una progresión aritmética es 20, y la del 6° y 7° es 35. Halla el término 20°.

$a_3 + a_5 = 20$ $a_6 + a_7 = 35$	}	El término pedido es $a_{20} = 125/2$
--------------------------------------	---	---------------------------------------

Las edades de cuatro hermanos suman 54 años y están en progresión aritmética. Sabiendo que la edad del mayor duplica a la del menor, di cuáles son sus edades.

Hermano 1: $x - d$ Hermano 2: $x$ Hermano 3: $x + d$ Hermano 4: $x + 2d$	}	La edades de los hermanos son 9, 12, 15 y 18 años
---	---	---

En una huerta hay plantados 100 árboles en hilera, distando 10 metros cada dos consecutivos. A 20 metros del primero árbol está el pozo que se utiliza para el riego. Averigua el camino que habrá de recorrer el hortelano para echar un cubo de agua a cada árbol, suponiendo que al acabar deje el cubo en el pozo, donde estaba en un principio.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 20 \\ d = 10 \end{array} \right\} \text{Tendrá que recorrer } S_{100} = 103000 \text{ metros}$$

Calcula los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus medidas, expresadas en metros, son números que están en progresión aritmética cuya diferencia es 7.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cateto 1: } x - 7 \\ \text{Cateto 2: } x \\ \text{Hipotenusa: } x + 7 \end{array} \right\} \text{Los lados son 21m, 28m y 35m}$$

Averigua los lados de un triángulo rectángulo, teniendo en cuenta que sus medidas son números pares consecutivos.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cateto 1: } 2x - 2 \\ \text{Cateto 2: } 2x \\ \text{Hipotenusa: } 2x + 2 \end{array} \right\} \text{Los lados son 6, 8 y 10}$$

Determina los lados de un triángulo rectángulo cuyas medidas son tres números que se diferencian en 3 metros.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cateto 1: } x - 3 \\ \text{Cateto 2: } x \\ \text{Hipotenusa: } x + 3 \end{array} \right\} \text{Los lados son 9m, 12m y 15m}$$

Halla los tres ángulos de un triángulo cuyos valores forman una progresión aritmética. El menor es de  $20^\circ$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } 20 \\ \text{Ángulo 2: } 20 + d \\ \text{Ángulo 3: } 20 + 2d \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 20^\circ, 60^\circ \text{ y } 100^\circ$$

Busca el valor de los cuatro ángulos de un cuadrilátero que forman una progresión aritmética. El mayor vale  $120^\circ$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } 120 \\ \text{Ángulo 2: } 120 - d \\ \text{Ángulo 3: } 120 - 2d \\ \text{Ángulo 4: } 120 - 3d \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 120^\circ, 100^\circ, 80^\circ \text{ y } 60^\circ$$

Calcula el valor de los cuatro ángulos de un cuadrilátero, sabiendo que el menor vale  $30^\circ$  y todos ellos forman una progresión aritmética.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } 30 \\ \text{Ángulo 2: } 30 + d \\ \text{Ángulo 3: } 30 + 2d \\ \text{Ángulo 4: } 30 + 3d \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 30^\circ, 70^\circ, 110^\circ \text{ y } 150^\circ$$

Busca el valor de los cinco ángulos de un pentágono, que están en progresión aritmética de diferencia  $20^\circ$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } x \\ \text{Ángulo 2: } x + 20 \\ \text{Ángulo 3: } x + 40 \\ \text{Ángulo 4: } x + 60 \\ \text{Ángulo 5: } x + 80 \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 68^\circ, 88^\circ, 108^\circ, 128^\circ \text{ y } 148^\circ$$

Averigua el valor de los ángulos de un hexágono, que forman progresión aritmética, siendo el menor de  $60^\circ$ .

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Ángulo 1: } 60 \\
 \text{Ángulo 2: } 60 + d \\
 \text{Ángulo 3: } 60 + 2d \\
 \text{Ángulo 4: } 60 + 3d \\
 \text{Ángulo 5: } 60 + 4d \\
 \text{Ángulo 6: } 60 + 5d
 \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 60^\circ, 84^\circ, 108^\circ, 132^\circ, 156^\circ \text{ y } 180^\circ$$

Un coronel dispone parte de su regimiento en forma de triángulo, a saber: un soldado en la primera fila, 2 en la segunda fila, 3 en la tercera, y así sucesivamente, resultando un total de 231 hombres. ¿Cuántas filas tendrá ese triángulo?

$$\left. \begin{array}{l}
 a_n = \{1, 2, 3, \dots\} \\
 S_n = 231
 \end{array} \right\} \text{ El triángulo tendrá 21 filas}$$

Calcula el valor de los tres ángulos de un triángulo rectángulo, sabiendo que forman progresión aritmética.

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Ángulo 1: } 90 - 2d \\
 \text{Ángulo 2: } 90 - d \\
 \text{Ángulo 3: } 90
 \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 90^\circ, 60^\circ \text{ y } 30^\circ$$

Una persona ha dado limosna durante 15 días. El primer día dio 10 ptas, y el último, 80. ¿Cuánto ha dado cada vez si la limosna que dio aumentó en una cantidad fija cada día?

$$\left. \begin{array}{l}
 a_1 = 10 \\
 a_{15} = 80
 \end{array} \right\} \text{ Las limosnas ha sido de } 10, 15, 20, 25, \dots, 75 \text{ y } 80 \text{ ptas.}$$

En una progresión geométrica, la diferencia entre los términos 4º y 2º es 120. Sabemos que el valor del tercer término es 32. Averigua la razón y los 4 primeros términos.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 r^3 - a_1 r = 120 \\ a_1 r^2 = 32 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Hay 2 soluciones:} \\ \text{Si la razón es 4 los términos son} \\ \text{2, 8, 32 y 128} \\ \text{Si la razón es } -1/4 \text{ los términos} \\ \text{son 512, 128, 32 y 8} \end{array}$$

En una progresión geométrica, el primer término es 7, el último 448 y la suma 889. Calcula la razón y el número de términos.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 7; a_n = 448 \\ S_n = 889 \end{array} \right\} \text{La razón es 2 y el número de términos 7}$$

La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica es 105 y su producto 8000. Escribe dicha progresión.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Término 1: } x/r \\ \text{Término 2: } x \\ \text{Término 3: } xr \end{array} \right\} \text{Los números son 5, 20 y 80}$$

Se cuenta que el inventor del ajedrez pidió como recompensa: un grano de trigo para el primer cuadrado del tablero, 2 por el segundo, 4 por el tercero, 8 por el cuarto, y así sucesivamente duplicando siempre hasta el cuadrado 64. Averigua los granos que pidió; y si un 1 grano pesa 1 decigramo, halla el peso del trigo en toneladas.

$$\left. \begin{array}{l} a_n = 2^{n-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El inventor pidió } S_{64} = 9,22 \cdot 10^{18} \text{ granos} \\ \text{de trigo que equivalen a } 9,22 \cdot 10^{11} \\ \text{toneladas de trigo} \end{array}$$

La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica creciente es 2 y el primer término es  $\frac{1}{2}$ . Calcula la razón.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 1/2 \\ S_{\infty} = 2 \end{array} \right\} \text{ La razón es } 3/4$$

Los ángulos de un cuadrilátero forman progresión geométrica y el último es 9 veces el valor del segundo. Averigua el valor de dichos ángulos.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } x/r \\ \text{Ángulo 2: } x \\ \text{Ángulo 3: } xr \\ \text{Ángulo 4: } xr^2 \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 9^\circ, 27^\circ, 81^\circ \text{ y } 243^\circ$$

Un mendigo pide hospitalidad a un avaro, haciéndole la siguiente proposición: “Yo pagaré una peseta por el primer día; 2 pesetas por el segundo día; 3 pesetas por el tercero y así sucesivamente. En cambio, usted me dará 0’001 céntimo el primer día; 0’002 céntimos el segundo; 0,004 el tercero, y así sucesivamente duplicando siempre la cantidad anterior”. El avaro encontró esta proposición como un buen negocio y consintió en el arreglo durante 30 días. Haz la liquidación total al fin de este tiempo.

$$\text{El mendigo paga } S_{30} = 460 \text{ pesetas y el avaro paga } S_{30} = 1.073.741'814 \text{ pesetas}$$

Un agricultor siembra durante 5 años toda la cosecha de trigo del año anterior. El primer año sembró un hectolitro y recogió 4 hectolitros. Calcula el número de hectolitros que recogió en la última cosecha si cada año tuvo el mismo rendimiento, del 4 por 1.

$$a_n = 4^n \left\} \text{ El agricultor recogió el } 5^\circ \text{ año } 1020 \text{ hectolitros.}$$

El triángulo ABC es un triángulo equilátero, cuyo lado AB mide 3 centímetros. El DEF es también un triángulo equilátero, obtenido al unir los puntos medios de los lados de ABC. De modo análogo se han obtenido el GHI y siguientes. Escribe la progresión formada por las áreas

de los sucesivos triángulos y halla las sumas de las áreas de todos los triángulos que es posible obtener siguiendo igual procedimiento.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{9}{4}\sqrt{3} \\ r = \frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{ La sucesión de las áreas es } a_n = \frac{9\sqrt{3}}{4^n}$$

En una población que cuenta con 29524 habitantes mayores de 7 años, 1 de ellos se entera de una noticia en cierto instante. Al cabo de 1 minuto lo ha comunicado a 3 de sus amigos. Cada uno de estos lo comunica en otro minuto a otras 3 personas distintas, las cuales continúan extendiendo la noticia de igual modo. ¿Al cabo de cuanto tiempo se habrán enterado todos los habitantes?

$$\left. \begin{array}{l} r = 3 \\ S_n = 29524 \end{array} \right\} \text{ Al cabo de 10 minutos se habrán enterado todos los habitantes}$$

Los 3 ángulos de un triángulo están en progresión geométrica siendo la medida del menor  $25^\circ$  y  $5/7$  de grado. Halla los otros 2.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } 25 + 5/7 = 180/7 \\ \text{Ángulo 2: } 180r/7 \\ \text{Ángulo 3: } 180r^2/7 \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 180/7, 540/7 \text{ y } 1620/7$$

Calcula los 4 ángulos de un cuadrilátero, si se sabe que están en progresión geométrica y que el mayor es 27 veces el menor.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ángulo 1: } x/r \\ \text{Ángulo 2: } x \\ \text{Ángulo 3: } xr \\ \text{Ángulo 4: } xr^2 \end{array} \right\} \text{ Los ángulos son } 9^\circ, 27^\circ, 81^\circ \text{ y } 243^\circ$$

De un barril de vino que contenía 512 litros, se vació el 1 de enero la mitad del contenido. Al día siguiente se sacó del barril la mitad del resto; el día 3 se sacó la mitad del nuevo resto, y así sucesivamente. ¿Qué cantidad de vino se sacó del barril el día 13 de enero?

$$a_n = 512 \frac{1}{2^n} \left. \vphantom{a_n} \right\} \begin{array}{l} \text{El día 13 de enero se sacó} \\ a_{13} = 0,0625 \end{array}$$